Примена на квадратните равенки

***Зад 1*. Збирот од квадратите на три последователни непарни природни броеви е 251. Кои се тие броеви?**

Решение:
x, x+2, x+4 - бараните броеви
x - бараниот прв непарен број

$x^2 + (x+2)^2 + (x+4)^2 = 251$
$x^2 + x^2 + 4x + 4 + x^2 + 8x + 16 - 251 = 0$
$3x^2 + 12x - 231 = 0 \quad /:3$
$x^2 + 4x - 77 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot (-77)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 308}}{2} = \frac{-4 \pm 18}{2}$$

$\boldsymbol{x_1 = 7}$ **,** $\boldsymbol{x_2 = -11}$ ***- не е решение (негативен број)***

Бараните броеви се 7, 9, 11

***Зад 2.* Должините на страните на еден триаголник се 5, 9, 13 . За која должина треба да се продолжи секоја од нив, па да се добие правоаголен триаголник?**

Решение:
x - должина за продолжување на страните на триаголникот
(5+ x), (9+ x)- катети -
(13 +x) хипотенуза
Важи Питагорова теорема:
$(13 + x)^2 = (5 + x)^2 + (9 + x)^2$

по средување равенката го добива обликот

$x^2 + 2x - 63 = 0$

$\boldsymbol{x_1 = 7}$ **,** $\boldsymbol{x_2 = -9}$ ***- не е решение***

Страните на триаголникот се: 12, 16 и 20

СОУ Ѓорче Петров

www.gorcepetrov.mk

КВАДРАТНИ РАВЕНКИ

$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0},$$

изработиле учениците од Математичката секција на СОУ Ѓорче Петров –Прилеп 2017/18 под менторство на професор Валентина Темелкоска

Квадратни равенки

Равенката од видот $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$, каде што x е непозната, *a, b* и *c* се дадени реални броеви, при што $a \neq 0$ се вика квадратна равенка со една непозната.
(*a, b* и *c*- коефициенти)
Се делат на полни и неполни квадратни равенки.

Неполни квадратни равенки (или $b = 0$ или $c = 0$)

Неполни видови – решавање	**Задачи - решени**
➢ $\boldsymbol{ax^2 = 0}$ ($b = 0$ и $c = 0$) **Решенија:** $\boldsymbol{x_1 = x_2 = 0}$	***Зад 1.*** $5x^2 = 0$ **Решенија:** $x_1 = x_2 = 0$
➢ $\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}$ ($c = 0$) $x(ax + b) = 0$ $x = 0$ или $ax + b = 0$ **Решенија:** $\boldsymbol{x_1 = 0,\ x_2 = -\frac{b}{a}}$	***Зад 2.*** $2x^2 + 5x = 0$ $x \cdot (2x + 5) = 0$ $x = 0$ или $2x + 5 = 0$ **Решенија:** $x_1 = 0,\ x_2 = -\frac{5}{2}$
➢ $\boldsymbol{ax^2 + c = 0}$ ($b = 0$) $ax^2 = -c$ $x^2 = -\frac{c}{a}$ **Решенија:** • $x_{1/2} = \mp\sqrt{-\frac{c}{a}}$, кога $-\frac{c}{a} \geq 0$ • $-\frac{c}{a} < 0$ **нема решенија во R**	***Зад 3.*** $4x^2 - 9 = 0$ $4x^2 = 9$ $x^2 = \frac{9}{4}$ $x_{1/2} = \mp\sqrt{\frac{9}{4}} = \mp\frac{3}{2}$ **Решенија:** $x_1 = \frac{3}{2},\ x_2 = -\frac{3}{2}$ ***Зад 4*** $2x^2 + 32 = 0$ $2x^2 = -32$ $x^2 = -16$ $x_{1/2} = \mp\sqrt{-16}$ **Нема решенија во R**

Полни квадратни равенки ($b \neq 0$ и $c \neq 0$)

Решенијата на равенката $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ ги одредуваме по формулата:

$$\boxed{x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Реши ги равенките со примена на формулата

Зад1. $6x^2 - x - 2 = 0,\ (a = 6,\ b = -1,\ c = -2)$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-2)}}{2 \cdot 6}$$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{12} = \frac{1 \pm 7}{12}$$

$$x_1 = \frac{1+7}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{1-7}{12} = \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}$$

Решенија: $\boxed{x_1 = \frac{2}{3},\ x_2 = \frac{-1}{2}}$

Зад2. $x^2 - 2x + 1 = 0,\ (a = 1,\ b = -2,\ c = 1)$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-)2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2}$ *следува* $x_1 = 1,\ x_2 = 1$

Решенија: $\boxed{x_1 = 1,\ x_2 = 1}$

Зад 3. $x^2 - 4x + 5 = 0,\ (a = 1,\ b = -4,\ c = 5)$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

Нема решенија во R

Дискриминанта на квадратна равенка

(ја определува природата на решенијата на квадратната равенка)

$$\boxed{D = b^2 - 4ac}$$

- ***D > 0 – решенијата се два реални различни броеви,***
- ***D = 0 – решенијата се два еднакви реални броеви,***
- ***D < 0 – нема решенија во множеството на реални броеви,***

Без да ги решаваш равенките, одреди ја природата на нивните решенија:

Зад 1. $3x^2 - 10x + 4 = 0,\ (a = 3,\ b = -10,\ c = 4)$

$D = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 100 - 36 = 64 > 0$

Реални и различни корени

Зад 2. $x^2 - 16x + 64 = 0,\ (a = 1, b = -16, c = 64)$

$D = b^2 - 4ac = (-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64 = 256 - 256 = 0$

Реални и еднакви корени

Зад 3. $8x^2 - 2x + 5 = 0,\ (a = 8, b = -2, c = 5)$

$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 5 = 4 - 160 = -156 < 0$

Нема реални корени

****Зад 4*. За која вредност на параметарот m равенката $mx^2 + (2m - 3)x + m - 1 = 0$ ќе има еднакви корени?**

$a = m, b = 2m - 3, c = m - 1,$ треба D=0,

D=$b^2 - 4ac$=$(2m - 3)^2 - 4 \cdot m \cdot (m - 1)$=

$$4m^2 - 12m + 9 - 4m^2 + 4m = -8m + 9 = 0$$

$-8m + 9 = 0,$ **за $m = 9/8$ еднакви реални корени.**

Виетови формули

Броевите x_1 и x_2 се решенија на равенката $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ ако и само ако

$$\boxed{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}}$$

Ако равенката е од видот: $x^2 + px + q = 0$, тогаш:

$$\boxed{x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q}$$

Зад 1. Напиши ги Виетовите формули за квадратната равенка $4x^2 - 5x + 3 = 0$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{4} = \frac{5}{4}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{4}$

Зад 2. Состави квадратна равенка чии корени се -3 и 8?

$p = -(x_1 + x_2) = -(-3 + 8) = -5$

$q = x_1 \cdot x_2 = (-3) \cdot 8 = -24$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

Зад 3. Нека x_1, x_2 се решенија на равенката $3x^2 - 7x + 2 = 0$. Без да ја решаваш равенката одреди ја вредноста на изразот:

А) $x_1{}^2 + x_2{}^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{2}{3}$

$$= \frac{49}{9} - \frac{4}{3} = \frac{49 - 12}{9} = \frac{37}{9} = 4\frac{1}{9}$$

Б) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{7}{2}$

В) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1{}^2 + x_2{}^2}{x_1 . x_1 .} = \frac{\frac{37}{9}}{\frac{7}{2}} = \frac{72}{63}$

(користиме: $x_1 + x_2 = \frac{7}{3}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{2}{3}$)