

Задачи од тема 1: СИСТЕМ ЛИНЕАРНИ РАВЕНКИ

1. Која од следниве равенки е линеарна равенка со две непознати:

а) $3x - 7y + 2z - 4 = 0$

б) $2x - 8 = 10$

в) $5x^2 - 3y = 4$

г) $x - y - 6 = 9$

Одговор: под г

2. Запиши ги во општ вид равенките:

а) $5(x - 1) + 3(y + 2) = 2(x - y) + 1$

Решение:

$$5x - 5 + 3y + 6 = 2x - 2y + 1$$

$$5x + 3y - 2x + 2y = 1 + 5 - 6$$

$$3x + 5y = 0 \quad \text{- општ вид}$$

б) $\frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{3} = 2 - \frac{x+y-1}{6}$

Решение:

$$\frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{3} = 2 - \frac{x+y-1}{6} \quad /12$$

$$\Leftrightarrow 3(x+y) - 4(x-y) = 12 \cdot 2 - 2(x+y-1)$$

$$\Leftrightarrow 3x + 3y - 4x + 4y = 24 - 2x - 2y + 2$$

$$\Leftrightarrow 3x + 3y - 4x + 4y + 2x + 2y = 24 + 2$$

$$\Leftrightarrow x + 9y = 26 \quad \text{- општ вид}$$

3. Дадена е равенката $3x - 2y = 6$. Изрази ја

а) непознатата x преку y и определи го множеството решенија на равенката

Решение:

$$3x - 2y = 6$$

$$\Leftrightarrow 3x = 6 + 2y \quad /:3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 + 2y}{3}$$

$$M = \left\{ \left(\frac{6 + 2y}{3}, y \right) / y \in R \right\}$$

б) непознатата y преку x и определи го множеството решенија на равенката

$$3x - 2y = 6$$

$$\Leftrightarrow -2y = 6 - 3x \quad / \cdot (-2)$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{-6 + 3x}{2}$$

$$M = \left\{ \left(x, \frac{-6 + 3x}{2} \right) / x \in R \right\}$$

4. Дадена е равенката $2x + y = 4$. Одреди ја вредноста на непознатата

а) y ако $x=2$

б) x ако $y=-2$

Задачи од тема 1: СИСТЕМ ЛИНЕАРНИ РАВЕНКИ

Решение:

$$а) y = 4 - 2x$$

$$y = 4 - 2 \cdot 2$$

$$y = 4 - 4$$

$$y = 0$$

$$б) 2x = 4 - y$$

$$x = \frac{4-y}{2}$$

$$x = \frac{4-(-2)}{2} = \frac{4+2}{2} = 3$$

5. Најди го она решение на равенката $-2x + 3y = 12$ за кое $x = -3$

Решение:

$$-2(-3) + 3y = 12$$

$$6 + 3y = 12$$

$$3y = 6$$

$$y = 2$$

6. Одреди ја вредноста на параметарот k за подредената двојка $(2, 1)$ да биде решение на равенката $kx + y = 3k$

Решение:

$$kx + y = 3k$$

$$k \cdot 2 + 1 = 3k$$

$$1 = 3k - 2k$$

$$k = 1$$

7. Провери дали подредениот пар $(-1, 3)$ е решение на системот равенки $\begin{cases} 7x - 2y = -13 \\ -2x - y = -5 \end{cases}$

Решение:

$$\begin{cases} 7x - 2y = -13 \\ -2x - y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 \cdot (-1) - 2 \cdot 3 = -13 \\ -2 \cdot (-1) - 3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 - 6 = -13 \\ 2 - 3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -13 = -13 \\ -1 = -5 \end{cases} \text{ не е решение}$$

8. Реши ги системите равенки:

а) $\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 2x - y = -5 \end{cases}$ системов ќе го решиме по метод на спротивни коефициенти.

Втората равенка ќе ја помножиме со 3.

$$\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 2x - y = -5 \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 6x - 3y = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 5x + 3y + 6x - 3y = 4 - 15 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 11x = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 + 3y = 4 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 4 + 5 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 9 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ x = -1 \end{cases} \quad (-1, 3) \text{ е решение на системот равенки}$$

б) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$ системов ќе го решиме по метод на замена. Од првата равенка го изразуваме y и го заменуваме во втората равенка.

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 2x \\ 3x - 4(5 - 2x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 2x \\ 3x - 20 + 8x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 2x \\ 11x = 2 + 20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = 5 - 2x \\ 11x = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 2 \cdot 2 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 - 4 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases} \quad (2, 1) \text{ е решение на системот}$$

Задачи од тема 1: СИСТЕМ ЛИНЕАРНИ РАВЕНКИ

в) $\begin{cases} x + 7y = 7 \\ 2x - 4y = 14 \end{cases}$ системов ќе го решиме по метод на замена. Од првата равенка го изразуваме x и го заменуваме во втората равенка.

$$\begin{cases} x + 7y = 7 \\ 2x - 4y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 7y \\ 2(7 - 7y) - 4y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 7y \\ 14 - 14y - 4y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 7 - 7y \\ -18y = 14 - 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 7y \\ -18y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 7 \cdot 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases} \quad (7, 0) \text{ е решение на системот равенки}$$

г) $\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ 6x - y = 2 \end{cases}$ системов ќе го решиме по метод на спротивни коефициенти.

Втората равенка ќе ја помножиме со 2.

$$\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ 6x - y = 2/\cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ 12x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ 3x + 2y + 12x - 2y = -4 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ 15x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot 0 + 2y = -4 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = -4 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 0 \end{cases} \quad (0, -2) \text{ е решение}$$

9. а) $\begin{cases} (x + 2)(x - 3) = x^2 - 4y - 1 \\ (y - 2)(y + 4) = y^2 - 2x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - 4y - 1 \\ y^2 + 4y - 2y - 8 = y^2 - 2x + 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 4y = 5/\cdot 2 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 8y = 10 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 8y + 2x + 2y = 10 + 10 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 20 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 2x + 4 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 2x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases} \quad (2, 3) \text{ е решение}$$

б) $\begin{cases} (x - 1)^2 + 2y = (x - 2)^2 + 1 \\ (y + 1)^2 - 3x = (y + 2)^2 - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 + 2y = x^2 - 4x + 4 + 1 \\ y^2 + 2y + 1 - 3x = y^2 + 4y + 4 - 8 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} -2x + 2y + 4x = 4 + 1 - 1 \\ 2y - 3x - 4y = 4 - 8 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ -3x - 2y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ 2x + 2y - 3x - 2y = 4 - 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ -x = -1/\cdot (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 2y = 4 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 2 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases} \quad (1, 1) \text{ е решение}$$

в) $\begin{cases} (x - 4)(y - 1) = xy - 9 \\ (x + 2)(y + 3) = xy + 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - x - 4y + 4 = xy - 9 \\ xy + 3x + 2y + 6 = xy + 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - 4y = -13 \\ 3x + 2y = 19/\cdot 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x - 4y = -13 \\ 6x + 4y = 38 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - 4y = -13 \\ -x - 4y + 6x + 4y = -13 + 38 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - 4y = -13 \\ 5x = 25 \end{cases}$$

Задачи од тема 1: СИСТЕМ ЛИНЕАРНИ РАВЕНКИ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5 - 4y = -13 \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4y = -8 \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 5 \end{cases} \quad (5, 2) \text{ е решение}$$

$$r) \begin{cases} (x-1)(y+1) = (x-2)(y+7) \\ (x+3)(y-1) = (x+1)(y+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + x - y - 1 = xy + 7x - 2y - 14 \\ xy - x + 3y - 3 = xy + x + y + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 7x - y + 2y = -14 + 1 \\ -x + 3y - x - y = 1 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6x + y = -13 \\ -2x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \text{замена}$$

$$\begin{cases} y = 6x - 13 \\ -2x + 2(6x - 13) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6x - 13 \\ -2x + 12x - 26 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6x - 13 \\ 10x = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 - 13 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = 5 \\ x = 3 \end{cases} \quad (3, 5) \text{ е решение}$$

$$10. a) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \quad / \cdot 6 \\ x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 \cdot \frac{x}{2} + 6 \cdot \frac{y}{3} = 4 \cdot 6 \\ x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 24 \\ x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(10 - y) + 2y = 24 \\ x = 10 - y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 30 - 3y + 2y = 24 \\ x = 10 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y = -6 \\ x = 10 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 4 \end{cases} \quad (4, 6) \text{ е решение}$$

$$6) \begin{cases} \frac{2x}{3} + \frac{3y}{5} = 14 \quad / \cdot 15 \\ \frac{3x}{4} - \frac{7y}{10} = 2 \quad / \cdot 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15 \cdot \frac{2x}{3} + 15 \cdot \frac{3y}{5} = 15 \cdot 14 \\ 20 \cdot \frac{3x}{4} - 20 \cdot \frac{7y}{10} = 20 \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 9y = 210 \quad / \cdot (-3) \\ 15x - 14y = 40 \quad / \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -30x - 27y = -630 \\ 30x - 28y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -30x - 27y + 30x - 28y = -630 + 80 \\ 30x - 28y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -55y = -550 \\ 30x - 28y = 80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 10 \\ 30x - 280 = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \\ 30x = 80 + 280 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \\ 30x = 360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \\ x = 12 \end{cases} \quad (12, 10) \text{ е решение}$$

$$11. a) \begin{cases} \frac{x+y}{2} + y = 2 \quad / \cdot 2 \\ x - \frac{x-y}{3} = 1 \quad / \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 2y = 4 \\ 3x - (x - y) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 4 \\ 3x - x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 4 - 3y \\ 2(4 - 3y) + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ 8 - 6y + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ -5y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \quad (1, 1) \text{ е решение}$$

$$6) \begin{cases} \frac{x+4}{3} + \frac{4x-3y}{2} = -1 \quad / \cdot 6 \\ \frac{2x-3}{5} - \frac{7y-6}{3} = 1 \quad / \cdot 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 \cdot \frac{x+4}{3} + 6 \cdot \frac{4x-3y}{2} = -1 \cdot 6 \\ 15 \cdot \frac{2x-3}{5} - 15 \cdot \frac{7y-6}{3} = 1 \cdot 15 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2(x+4) + 3(4x-3y) = -6 \\ 3(2x-3) - 5(7y-6) = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 8 + 12x - 9y = -6 \\ 6x - 9 - 35y + 30 = 15 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задачи од тема 1: СИСТЕМ ЛИНЕАРНИ РАВЕНКИ

$$\begin{cases} 14x - 9y = -14 & / \cdot (-3) \\ 6x - 35y = -6 & / \cdot 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -42x + 27y = 42 \\ 42x - 245y = -42 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -42x + 27y + 42x - 245y = 42 - 42 \\ 42x - 245y = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -218y = 0 \\ 42x - 245y = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 42x = -42 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases} \quad (-1, 0) \text{ е решение}$$

12. Графички реши ги системите равенки:

a) $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = x - 2 \end{cases}$

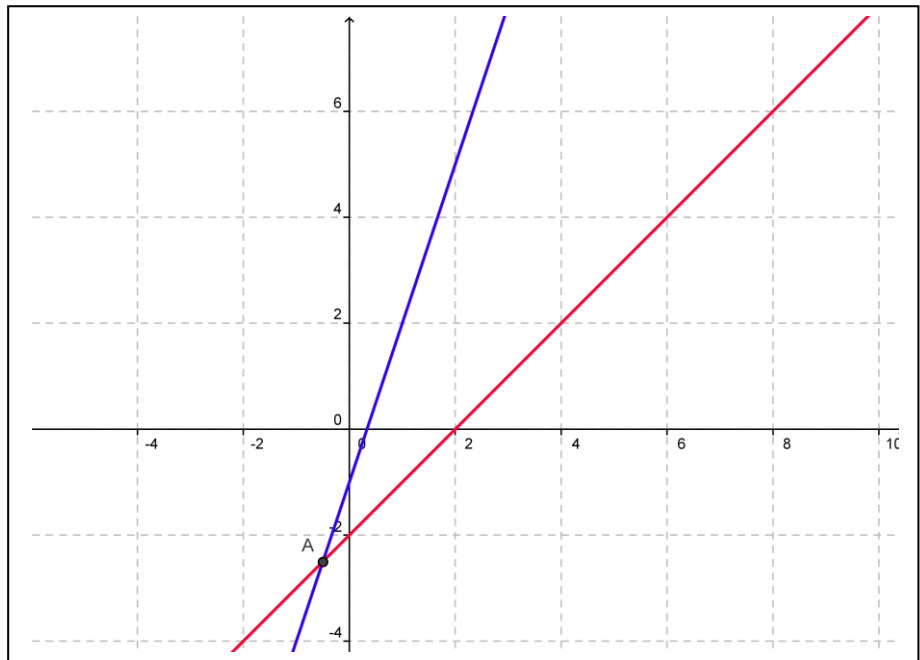
$$y = 3x - 1$$

x	1	2
y	2	5

$$y = x - 2$$

x	1	2
y	-1	0

A $(-1/2, -5/2)$
е решение



б)
 $\begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$

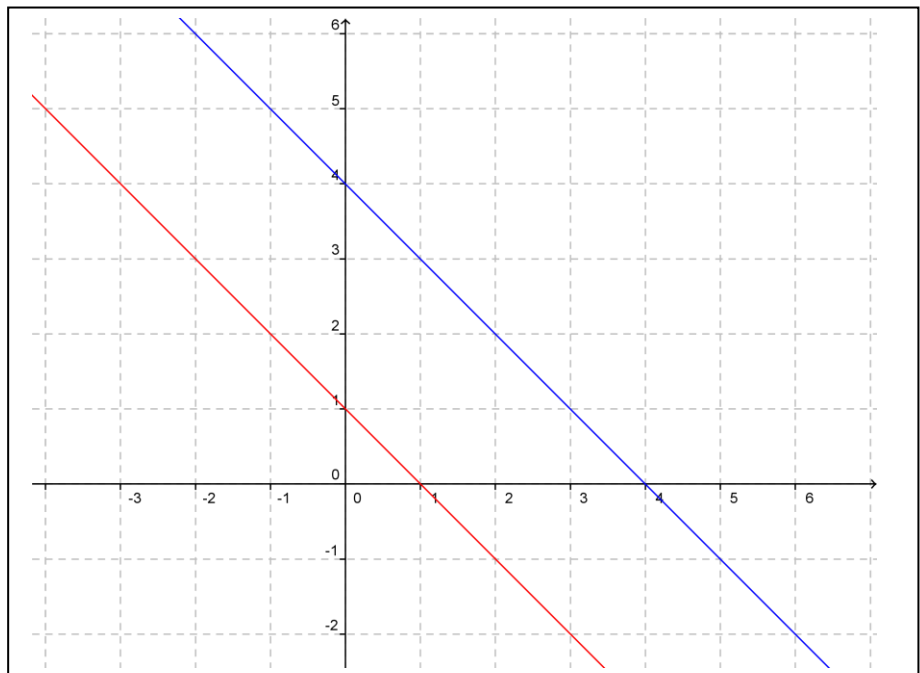
$$y = 4 - x$$

x	1	2
y	3	2

$$y = 1 - x$$

x	1	2
y	0	-1

нема решение



в)

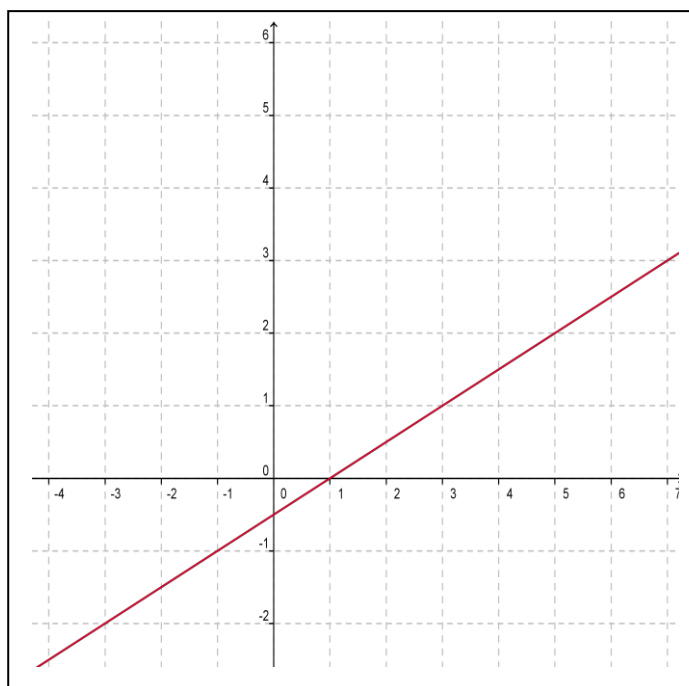
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -2x + 4y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x - 2y &= 1 \\ -2y &= 1 - x \\ 2y &= -1 + x \\ y &= \frac{-1 + x}{2} \end{aligned}$$

x	1	3
y	0	1

$$\begin{aligned} -2x + 4y &= -2 \\ 4y &= -2 + 2x \\ y &= \frac{-2 + 2x}{4} \end{aligned}$$

x	1	3
y	0	1



правите се поклопуваат системот има бесконечно многу решенија

13. Ако броителот на една дробка се зголеми за 2, а именителот за 5 се добива $\frac{1}{2}$.

Меѓутоа ако броителот се зголеми за 3, а именителот се намали за 3 се добива 3. Која е таа дробка?

Решение:

$$\frac{x}{y} - \text{барана дробка} \quad \frac{3}{5} - \text{барана дробка}$$

$$\frac{x+2}{y+5} = \frac{1}{2}, \text{ -првата равенка}$$

$$\frac{x+3}{y-3} = 3 \text{ втората равенка}$$

се решаваат како систем

$$\begin{cases} 2(x+2) = y+5 \\ x+3 = 3(y-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+4 = y+5 \\ x+3 = 3y-9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x+4 = y+5 \\ x = 3y-9-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+4 = y+5 \\ x = 3y-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(3y-12)+4 = y+5 \\ x = 3y-12 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 6y-24+4 = y+5 \\ x = 3y-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 25 \\ x = 3y-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 3 \end{cases}$$

Задачи од тема 1: СИСТЕМ ЛИНЕАРНИ РАВЕНКИ

14. Пред четири години таткото бил 6 пати постар од синот, а по пет години ќе биде 3 пати постар од синот. Колку години има секој од нив?

Решение:

x - години на таткото

y - години на синот

ги составуваме равенките

$$(x-4)=6(y-4)$$

$$(x+5)=3(y+5)$$

$$\begin{cases} x - 4 = 6y - 24 \\ x + 5 = 3y + 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6y - 20 \\ 6y - 20 + 5 = 3y + 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6y - 20 \\ 3y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 10 \end{cases} \Rightarrow$$

Таткото има 40 години, а синот 10 години.

15. Збирот на годините на мајката и ќерката е 46. По 10 години мајката ќе биде 2 пати постара од ќерката. По колку години имаат сега?

Решение:

x - години на мајката

y - години на ќерката

ги составуваме равенките

$$x+y=46$$

$$(x+10)=2(y+10)$$

$$\begin{cases} x + y = 46 \\ x + 10 = 2y + 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 46 - y \\ 46 - y + 10 = 2y + 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 46 - y \\ -3y = 20 - 10 - 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 46 - y \\ -3y = -36 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 34 \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow \text{Мајката има 34 години, а ќерката има 12 години.}$$

Изработил:

Валентина Темелкоска

проф. по математика во

СОУ „Ѓорче Петров“ - Прилеп